

KIEGÉSZÍTÉSEK A 4. FEJEZETHEZ

1. Kiegészítések a standardizáláshoz

Van a $K = K' + K''$ összefüggés biztosításának egy harmadik módja is: az ún. *Kitagawa-féle* standard adatsorozatok használata. Ez

$$K' \text{-ben a } B_s = \frac{1}{2} \left(\frac{B_0}{\sum B_0} + \frac{B_1}{\sum B_1} \right) \text{ standard súlyok,}$$

$$K'' \text{-ben a } V_s = \frac{1}{2} (V_1 + V_0) \text{ standard részviszonyszámok}$$

használatát jelenti, melyeket *E. M. Kitagawa* javasolt. Ezt a fajta választást a K'_{01} és K''_{01} módon szokás jelezni.

K' és K'' háromféle számításmóddal nyerhető értékei között a könnyen igazolható

$$K'_{01} = \frac{1}{2} (K'_0 + K'_1) \text{ és } K''_{01} = \frac{1}{2} (K''_0 + K''_1)$$

összefüggések állnak fenn.

A 4.1. példa esetében e választással élve a standard súly- és részviszonyszám-sorozatok számítását az M4.1. táblázat mutatja.

M4.1. táblázat. *A Kitagawa-féle standard súlyok és részviszonyszámok a 4.1. példa esetében*

Életkor (év)	$\frac{B_0}{\sum B_0}$	$\frac{B_1}{\sum B_1}$	$\frac{1}{2} \left(\frac{B_0}{\sum B_0} + \frac{B_1}{\sum B_1} \right)$	$\frac{1}{2} (V_0 + V_1)$
0 – 14	0,3	0,1	0,20	1,75
15 – 59	0,6	0,5	0,55	3,00
60 –	0,1	0,4	0,25	47,50
Összesen	1,0	1,0	1,00	–

A 4.2. és M4.1. táblázatok megfelelő adatait a (4-3), (4-4) képletekbe helyettesítve a

$$K'_{PR} = 0,20 \cdot (-0,5) + 0,55 \cdot (-1,0) + 0,25 \cdot (-5,0) = -1,9 \text{ ‰}$$

és

$$K''_{PR} = \frac{1 \cdot 1,75 + 5 \cdot 3 + 4 \cdot 47,50}{10} - \frac{3 \cdot 1,75 + 6 \cdot 3 + 1 \cdot 47,50}{10} = 20,675 - 7,075 = 13,6 \text{ ‰}$$

eredményeket kapjuk. Könnyen ellenőrizhető, hogy az eredmények között valóban fennállnak a standard adatsorozatok háromféle választása mellett nyerhető K' -re és K'' -re megadott összefüggések. Ezeknek az eredményeknek az alapján is a 4.1. példa végén megfogalmazotthoz hasonló megállapításokra juthatunk.

Azt is megjegyezzük még, hogy a (4-2) összefüggés helyett kiindulhattunk volna az ugyancsak (4-1)-en alapuló

$$K = \frac{\sum A_1}{\sum \frac{A_1}{V_1}} - \frac{\sum A_0}{\sum \frac{A_0}{V_0}}$$

összefüggésből is, amelyben az összetett viszonzyszámok a részviszonzyszámok súlyozott *harmonikus* átlagaiként vannak felírva. Ebben az esetben tartalmilag hasonló, a technikai részleteket illetően azonban más eredményeket kapunk, mint a 4.1. alfejezetben bemutatott (4-3)–(4-4) megoldás alapján. Ezt a megoldást választva természetesen az A adatok a súlyok. Ezt az eredmények értelmezése során is feltétlenül tekintetbe kell venni. A gyakorlat a (4-3)–(4-4) módon történő eljárást részesíti előnyben.

Ugyanez megtehető a *standardizáláson alapuló indexek* esetében is, amikor az I index formulája a következő:

$$I = \frac{\sum A_1}{\sum \frac{A_1}{V_1}} : \frac{\sum A_0}{\sum \frac{A_0}{V_0}}.$$

Ezúttal csak tárgyidőszaki standard súlyokat használva, az I' indexre ekkor az

$$I' = \frac{\sum A_1}{\sum \frac{A_1}{V_1}} : \frac{\sum A_1}{\sum \frac{A_1}{V_0}} = \frac{\sum \frac{A_1}{V_0}}{\sum \frac{A_1}{V_1}} = \frac{\sum B_1 \cdot i}{\sum B_1}$$

formula adódik. Ez az I' index – (4-8)-től eltérően – az i_j hányadosoknak nem a $B_1 V_0$, hanem csak a B_1 adatokkal súlyozott számtani átlaga. Bizonyos esetekben éppen emiatt részesítik előnyben a (4-8) alatti I'_1 indexszel szemben. Ehhez az I'_1 indexhez az

$$I'' = \frac{\sum A_1}{\sum \frac{A_1}{V_0}} : \frac{\sum A_0}{\sum \frac{A_0}{V_0}}$$

összetételhatás-index tartozik, ami a (4-7)-től eltérően nem azt mutatja, hogy a sokaság B adatokkal kifejezett összetételének változása hogyan hatott $\bar{V}$ változására, hanem azt, hogy a sokaság A adatokkal *jellemezhető* összetételének változása hogyan alakította $\bar{V}$ -t. Ezért az I'' index értelmezésének mindig az is részét kell képezze, hogy I'' a sokaság A vagy B adatokkal mért összetétel-változásának hatását mutatja. A gyakorlatban legtöbbször (4-7) módon számított összetételhatás-indexeket számítunk, melyek a sokaság B adatokkal jellemezhető összetétel-változásának hatását mutatják.

Végül arra is érdemes rámutatni, hogy a standardizálással valójában azt vizsgáljuk, hogy az összetett intenzitási viszonzyszámok között tett összehasonlítás szempontja – mint ismerv – közvetlenül és közvetetten – a részsokaságok képzésére használt csoportképző ismervre gyakorolt hatásán keresztül – mekkora hatást gyakorol a viszonzyszámok segítségével jellemzett jelenségre. A közvetlen hatás mértéke K' , illetve I' , a közvetett hatása pedig K'' , illetve I'' . A közvetett hatás fellépésének feltételei az $I''=1$ eset korábbi diszkusziójára támaszkodva könnyen azonosíthatók. Ennek megtételét az Olvasóra bízunk.

2. Példa standardizálással nyert ellentmondó eredményre

Az M4.2. táblázat a hazai szállodák vendégforgalmának néhány adatát tartalmazza 1992-re és 1997-re vonatkozóan.

M4.2. táblázat. *Szállodák vendégforgalma*

Kategória („csillag”- szám)	1992			1997			Egy vendégre jutó éjszakák száma, 1992=100
	Vendég- éjszakák száma (ezer)	Vendégek száma (ezer fő)	Egy vendégre jutó éjszakák száma	Vendég- éjszakák száma (ezer)	Vendégek száma (ezer fő)	Egy vendégre jutó éjszakák száma	
4–5	2238	713	3,14	2672	937	2,85	90,8
3	2627	1012	2,60	4102	1421	2,89	111,2
1–2	2551	1092	2,34	3210	1029	3,12	133,3
Összesen	7416	2817	2,636	9984	3387	2,949	111,9

Forrás: Magyar statisztikai zsebkönyv '92, és Magyar statisztikai zsebkönyv '97.

Elemezzük az egy vendégre jutó éjszakák számának alakulását standardizáláson alapuló indexek segítségével! Határozza meg mind az I''_0 , mind az I''_1 indexet! Mit tapasztal, és miért?

Ebben az esetben minden számolás nélkül előre tudható, hogy a kétféle I'' index ellentmondó eredményt ad, hiszen 1992-ről 1997-re megváltozott az eltérő kategóriájú szállodáknak a vizsgált mutató – az egy vendégre jutó éjszakák száma – szerinti sorrendje. Mint az egyszerű számolással könnyen igazolható, a jelen esetben valóban azt kapjuk, hogy $I''_0 = 101,3\%$ és $I''_1 = 99,3\%$.

3. Kiegészítések az indexformulákhoz

A Laspeyres-, a Paasche- és a Fisher-féle volumen- és árindexek mellett néha találkozni lehet az *Edgeworth-Marshall-féle* indexekkel is, melyekben a bázis- és tárgyidőszaki átlagos egységárak, illetve átlagos mennyiségek a p_s , illetve q_s adatok. A megfelelő formulák:

$$I_q^{EM} = \frac{\frac{1}{2} \sum q_1(p_0 + p_1)}{\frac{1}{2} \sum q_0(p_0 + p_1)} = \frac{\sum q_1 p_0 + \sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0 + \sum q_0 p_1} \quad \text{és}$$

$$I_p^{EM} = \frac{\frac{1}{2} \sum (q_0 + q_1) p_1}{\frac{1}{2} \sum (q_0 + q_1) p_0} = \frac{\sum q_0 p_1 + \sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0 + \sum q_1 p_0}$$

Az *Edgeworth-Marshall-féle* indexek igen könnyen felírhatók a megfelelő Laspeyres- és Paasche-féle indexek súlyozott átlagaként is. A volumenindex esetében például az

$$I_q^{EM} = \frac{\sum q_0 p_0 \cdot I_q^0 + \sum q_0 p_1 \cdot I_q^1}{\sum q_0 p_0 + \sum q_0 p_1}$$

módon. Ugyanez – kissé bonyolultabban – megtehető a Fisher-féle indexek esetében is. Ugyancsak a volumenindex esetében például az

$$I_q^F = \frac{I_q^F - I_q^1}{I_q^0 - I_q^1} \cdot I_q^0 + \frac{I_q^0 - I_q^F}{I_q^0 - I_q^1} \cdot I_q^1$$

módon, ahol a két súly összege 1.

A 4.2.1.3. alpont legvégén mondtak még azzal egészíthetők ki, hogy az ott részletezett műveletek akár az egyes termékek $\frac{q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}$ és $\frac{q_1 p_1}{\sum q_1 p_1}$ relatív érték-adataival is elvégezhetők, ha volumen- vagy árindex meghatározásáról van szó. Így például

$$I_q^0 = \frac{\sum \frac{q_1 p_1 / \sum q_1 p_1}{i_p}}{\sum \frac{q_1 p_1 / \sum q_1 p_1}{i_v}}, \text{ hiszen } \frac{\frac{1}{\sum q_1 p_1} \sum q_1 p_1 / i_p}{\frac{1}{\sum q_1 p_1} \sum q_1 p_1 / i_v} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = I_q^0.$$

4. Az árollók értelmezése

Az árollók 4.2.1.6. alpontban szereplő általános értelmezésének alapját a következő gondolatmenet képezi. A bevételt adó – b alsó indexszel azonosított – termékhalmoz eladásából származó bevétel nagyságának változása nyilván az I_v^b értékindexszel adható meg. Legyenek I_q^b és I_p^b az adott termékhalmozra vonatkozó olyan volumen- és árindexek, melyek szorzata I_v^b . Ekkor a bevétel *reálértékének* változása (4-26) értelmében nem más, mint

$$\frac{I_v^b}{I_p^k} = \frac{I_q^b \cdot I_p^b}{I_p^k},$$

ahol I_p^k az adott fajta bevételért vásárolni kívánt – k alsó indexszel azonosított – termékek árindexe. Ha most I_q^b helyébe 1-et írunk, akkor éppen az

$$\frac{I_p^b}{I_p^k}$$

árollóhoz jutunk. Ez pedig éppen az árolló általános interpretációját támasztja alá.

5. Az indexsorok képletei

A különféle indexsorok t -edik ($t = 1, 2, \dots, k$) időszakra vonatkozó tagjainak

$$I_{\alpha}^s(t/r), \quad s, r = 1, 2, \dots, k$$

általános szimbóluma a 4.2.2. pontból már ismert. Az itt következő képletek könnyebb érthetősége érdekében emlékeztetünk rá, hogy az általános szimbólumban

- α az indexsor *tartalmát* jelöli, tehát azt, hogy érték-, volumen- vagy árindexekről van-e szó ($\alpha = v$, $\alpha = q$, $\alpha = p$);
- s a *súlyozás módját* jelöli a volumen- és árindexek esetében, tehát azt, hogy az indexsor tagjainak számításához használt aggregátumok melyik időszak árainak vagy mennyiségi adatainak felhasználásával készültek ($s = F$ azt jelenti, hogy az indexsor adott tagja *Fisher-féle* index);
- r annak az időszaknak a *sorszámát*, melynek aggregátumához a t -edik időszak aggregátumát viszonyítjuk;
- k az időszakok száma.

Ezen kívül a képletekben használni fogjuk még az i -edik időszak q adatai és a j -edik időszak p adatai felhasználásával képzett A_{ij} aggregátumokat is. A *bázisnak* választott időszak *sorszámát* az itt következő képletekben egységesen b jelöli. Az indexsorok egymást követő tagjai úgy kaphatók meg minden képlet esetében, hogy abba sorra behelyettesítjük t lehetséges értékeit.

a) Értékindexsorok

- *bázisindexek*: $I_v(t/b) = \frac{A_{tt}}{A_{bb}}$, $t = 1, 2, \dots, k$
- *láncindexek*: $I_v(t/t-1) = \frac{A_{tt}}{A_{t-1,t-1}}$, $t = 2, 3, \dots, k$

b) További indexsorok

- *állandó súlyú* indexsorok (a volumenindexek esetében a j -edik időszaki árak az állandó súlyok, az árindexek esetében pedig az i -edik időszaki mennyiségek)

Az összehasonlítás rendje	Volumen-	Ár-
	indexsor	
<i>Bázis</i> ($t = 1, 2, \dots, k$)	$I_q^j(t/b) = \frac{A_{tj}}{A_{bj}}$	$I_p^i(t/b) = \frac{A_{it}}{A_{ib}}$
<i>Lánc</i> ($t = 2, 3, \dots, k$)	$I_q^j(t/t-1) = \frac{A_{tj}}{A_{t-1,j}}$	$I_p^i(t/t-1) = \frac{A_{it}}{A_{i,t-1}}$

– változó súlyú indexsorok

Az összehasonlítás rendje, illetve a formula neve		Volumen-	Ár-
		indexsor	
<i>Bázis</i> ($t = 1, 2, \dots, k$)		$I_q^t(t/b) = \frac{A_{tt}}{A_{bt}}$	$I_p^t(t/b) = \frac{A_{tt}}{A_{tb}}$
<i>Lánc</i> ($t = 2, 3, \dots, k$)	<i>Laspeyres</i>	$I_q^{t-1}(t/t-1) = \frac{A_{t,t-1}}{A_{t-1,t-1}}$	$I_p^{t-1}(t/t-1) = \frac{A_{t-1,t}}{A_{t-1,t-1}}$
	<i>Paasche</i>	$I_q^t(t/t-1) = \frac{A_{tt}}{A_{t-1,t}}$	$I_p^t(t/t-1) = \frac{A_{tt}}{A_{t,t-1}}$
	<i>Fisher</i>	$I_q^F(t/t-1) =$ $= \sqrt{I_q^{t-1}(t/t-1) \cdot I_q^t(t/t-1)}$	$I_p^F(t/t-1) =$ $= \sqrt{I_p^{t-1}(t/t-1) \cdot I_p^t(t/t-1)}$