

V1: Egyszempontos varianciaanalízis

1. [Forrás: F, 232. oldal]

Négy csoportnak (A, B, C, D) különböző módokon mutattak értelmetlen szótagokat. Az adatok a hibátlanul felidézett szótagok számát mutatják. Kérdés, ugyanannyit jegyeznek-e meg, ha különböző módokon látják a szótagokat?

A	B	C	D
5	9	8	3
7	11	6	1
6	8	9	4
3	7	5	6
9	7	7	3
7		4	5
4		4	
2			

2. [Forrás: H, 93. oldal]

Egy kísérletben az inzulin különböző dózisainak hatását vizsgálták a vércukorszintre. Három egyforma csoportot képeztek (A,B,C), és mindegyik más dózisú inzulint kapott. Az inzulin beadása előtt és 5 órával utána mérték a vércukorszintet; az adatok a szint százalékos csökkenését jelentik.

A	B	C
13,6	19,2	23,8
17,4	23,9	28,0
21,8	26,0	31,2
14,7	16,4	16,2
16,3	19,5	20,4
21,2	22,1	24,2

Van-e különbség a különböző dózisok hatása között?

[Forrás: M, 380. oldal]

Egy kísérletező úgy gondolta, hogy a csirkék hizását elősegíti, ha ételükhöz kis mennyiségű tiroxint adagol. Elképzelését igazolandó, 15 csirkét három ötös csoportra osztott. Mindhárom csoport ugyanazt a táplálékot kapta, de a második ételébe kilogrammonként 2 mg, a harmadikéba 5 mg tiroxint tett. (Az első csoport nem kapott tiroxint.) Nyolc heti ilyen táplálás végén lemérte a csirkék súlynövekedését, grammokban; ezeket a táblázatban találjuk meg.

I	II	III
500	505	825
620	765	870
685	730	695
440	570	740
645	760	850

Alátámasztják ezek az adatok azt az elképzelést, hogy a súlynövekedésekben különbség van?

3. [Forrás: H, 94. oldal]

Az egyes sportágakban eltérő lehet a sportolók „légzéshasznosítása”. Ennek vizsgálatára négy különböző sportág sportolói közül vettek véletlen mintát, és kísérletet végeztek velük. Az edzőjárdát lejtőre és nehéz fokozatúra állították be; a kimerülésig kellett taposni. Az adatok a vizsgálat alatti maximális oxigén kibocsátást jelentik liter/perc-ben.

Öttusa	Maraton	Futball	Kenu
5,3	4,3	4,5	4,6
5,9	4,5	4,4	5,0
4,8	5,0	3,9	5,3
4,5	3,8	5,2	5,8
6,1	5,4	4,1	5,5
5,5	4,7	5,0	6,0
5,0	4,3	5,4	5,1
5,6	5,2	4,7	4,8
4,6	4,8	4,2	5,6
5,3	4,1	4,9	5,3

Van-e különbség a különböző sportágak sportolói között? Mely sportágak között találunk különbséget?

4. [Forrás: M, 356. oldal]

Ausztrál egyetemisták egy csoportja arra a következtetésre jutott, hogy a szőke és barna hajúak között valószínűleg különbség van a fájdalomküszöb nagyságában. (Egy floridai újságban 1978-ban jelent meg a cikk.) Különböző korú férfiak és nők egy nagyobb csoportját hajszínük alapján négy kategóriába sorolták be: világosszőke, sötétszőke, világosbarna, sötétbarna. A kísérlet célja annak megállapítása volt, hogy a hajszín befolyásolja-e azt a fájdalommentységet, amit a mindennapi kisebb sérülések, illetve néhány jól körülírt trauma váltanak ki. A kísérletben szereplő minden személlyel elvégeztettek egy érzékenységi tesztet, és ennek alapján kaptak egy pontértéket, amely a fájdalomküszöbnek felel meg: mennél nagyobb az érték, annál jobban tűri a fájdalmat az illető. Az eredmények a táblázatban találhatók.

Hajszín			
világosszőke	sötétszőke	világosbarna	sötétbarna
62	63	42	32
60	57	50	39
71	52	41	51
55	41	37	30
48	43		35

- Megállapítható-e különbség a négy hajszín-csoport között?
- Mely hajszínek között találunk különbséget?

5. [Forrás: M, 382. oldal]

Pszichológusok tanulmányozták, hogy milyen hatással lehet a végzett munka mennyiségére és minőségére, ha a munkakörülményeket, a környezeti hatásokat kellemesebbé teszik. Egyik ilyen kísérlet azt vizsgálta, hogy a különböző zenék javítják-e a környezetet és ezáltal a

munka teljesítményét. Három típust próbáltak ki (country, rock és klasszikus), mindegyiket négy véletlenszerűen kiválasztott munkanapon. A termelékenységet azzal mérték, hogy hány darab készült el a gyártmányból az egyes napokon. Egy meghatározott vállalat esetében a következő eredményeket kapták:

country	rock	klasszikus
857	791	824
801	753	847
795	781	881
842	776	865

Az adatok alapján kimondható-e, hogy az átlagos teljesítmény különbözik a három csoportban?

6. Négy csoportunk van, összesen 34 adattal. Varianciaanalízis végzéséhez már kiszámítottunk két varianciát: $s_t^2 = 5$, $s_b^2 = 4$. Számítsák ki az egyszempontos varianciaanalízishez szükséges harmadik varianciát!

A varianciákból hányadosokat lehet készíteni; ezek némelyike F -eloszlást követ. Mi most

megadunk három hányadost: $A = \frac{s_b^2}{s_k^2}$ $B = \frac{s_k^2}{s_t^2}$ $C = \frac{s_k^2}{s_b^2}$.

A három közül melyik nem F -eloszlású? Miért? A másik két hányadosra vonatkozóan keressék ki a táblázatból az 5%-os értéket!

7. Öt csoportunk van, összesen 45 elemmel. Varianciaanalízis végzéséhez kiszámoltunk két varianciát: $s_k^2 = 9,4$ $s_t^2 = 6,3$
Számítsák ki az egyszempontos varianciaanalízis végzéséhez szükséges harmadik varianciát! Végezzék el a varianciaanalízishez tartozó statisztikai próbát!

8. Hat csoportunk van, összesen 46 elemmel. Varianciaanalízis végzéséhez kiszámoltunk két varianciát: $s_t^2 = 4,2$ $s_b^2 = 1,6$
Számítsák ki az egyszempontos varianciaanalízis végzéséhez szükséges harmadik varianciát! Végezzék el a varianciaanalízishez tartozó statisztikai próbát!

9. Egy félbemaradt egyszempontos varianciaanalízisből a következőket tudjuk:

$$\sum n_j = 40$$

$$\sum Q_j = 15000$$

$$\sum T_j = 1500$$

$$\sum \sum x_{ij}^2 = 150000$$

Az analízis 10 mintát hasonlított össze.

Fejezzék be a varianciaanalízist! Szignifikáns az eredmény?

10. [Forrás: H, 94. oldal]

Egy nagyobb vizsgálat részeként a hipotalamusz/hipofízis/nemi mirigy rendszer működését nézték pszichózisban. A sárgatest-hormon plazmakoncentrációját mérték meg 12-12 fiatal férfiban; az egyik csoportban mániások, a másokban skizofrének, a harmadikban egészségesek voltak.

Mánia	Skizofrénia	Kontroll
2,9	2,7	2,6
3,8	3,9	2,2
3,3	1,3	3,9
2,1	2,0	3,2
5,0	4,1	1,4
4,2	2,9	0,7
2,3	0,9	2,4
5,4	2,3	3,4
3,7	1,8	1,9
3,2	3,3	4,2
4,4	2,4	2,9
3,5	3,0	2,2

Van-e különbség a három minta között? S ha igen, van-e különbség a két betegséget összehasonlítva a kontrollal, és a két betegség között? A kontroll és melyik betegség között van különbség?

11. [Forrás: M, 383. oldal]

Angliában a 40 órás munkahét különböző változatait hasonlították össze, hogy miképpen lehet a teljesítményt maximalizálni és a kiadásokat minimalizálni. Egy gyárban 5 napos munkahetet (8 óra naponta), 4 naposat (10 óra naponta) és egy 3½ naposat (napi 12 óra) hasonlítottak össze. A heti teljesítmény található a táblázatban. (A számok a termelt mennyiség árát jelentik, ezer dollárban kifejezve.)

8 óra/nap	10 óra/nap	12 óra/nap
87	75	95
96	82	76
75	90	87
90	80	82
72	73	65
86		

a) Írja fel a varianciaanalízis táblázatát!

b) Van különbség a három munkanap-hossz közt az átlagteljesítmény szempontjából?

12. [Forrás: R, 208. oldal]

A kullancslárva hátsó páncéljának szélességét vizsgálták négy üregi nyúlön. Az adatok mikronban értendők.

1. nyúl	2. nyúl	3. nyúl	4. nyúl
380	350	354	376
376	356	360	344
360	358	362	342
368	376	352	372
372	338	366	374
366	342	372	360
374	366	362	
382	350	344	
	344	342	
	364	358	
		351	
		348	
		348	

Van-e különbség a különböző nyulakon a kullancslárvák mérete között?

Tanács: egyszerűsítendő a számításokat, minden adatból vonjanak ki egy konstanst, például 300-at vagy 350-et.

13. [Forrás: R, 214. oldal]

Különböző típusú cukrok hozzáadásának hatását vizsgáltak szövettanban növelt borsódarabok növekedésére. Az adatok „okuláris” egységben vannak, ami azt jelenti, hogy 0,114-gyel szorozva kapjuk az adatot mm-ben.

Kontroll	2% glukóz	2% fruktóz	1% glukóz+ 1% fruktóz	2% szukróz
75	57	58	58	62
67	58	61	59	66
70	60	56	58	65
75	59	58	61	63
65	62	57	57	64
71	60	56	56	62
67	60	61	58	65
67	57	60	57	65
76	59	57	57	62
68	61	58	59	67

Ha megállapítottuk, hogy van valahol különbség a különböző cukrok hozzáadásakor, akkor vizsgáljuk tovább, hogy hol találjuk meg a különbséget! A szukróz hatékonyabb az összes többinél?

14. A fejben számolás fejlesztésére kísérleteztek ki több módszert. Négy csoportban különböző módon foglalkoztak a gyerekekkel (mondjuk egy nyolcadik osztályt osztottak négyfelé véletlenszerűen). Utána azt mérték, hogy adott idő alatt ki hány kéttagú összeadást tud elvégezni hiba nélkül. (A számok mind kétjegyűek voltak.)
Van-e különbség a módszerek között?

	I	II	III	IV
	18	8	22	11
	10	6	23	12
	22	10	18	13
	8	2	24	10
	16	12	12	9
	15	3	20	14
		5	19	8
		7		10

Az adatok normális eloszlásúak, mit kell még ellenőrizni, hogy varianciaanalízist végezhessünk? Hogy nevezik az erre vonatkozó próbát? Ehhez segítségül $B = 5,095$.
Végezhető a próba? Mit, melyik táblázatban, mihez kell hasonlítani?
Végezzék el a varianciaanalízist! Mit állapíthatunk meg? Szöveges választ adjanak!

A varianciaanalízis elvégzése után hasonlítsák össze a III és a IV módszert!
Az adatokból ránézésre úgy tűnik, hogy a III módszer a legjobb. Találnak-e különbséget az összes többivel összehasonlítva?

15. A D3 fejezet 18. példájának adataival végezzenek varianciaanalízist! Tudunk-e különbséget találni a levélfajták között, és ha igen, mely levelek között van a különbség?

16. Egy varianciaanalízis végzése során 6 mintát hasonlítottunk össze, összesen 66 elemmel.
Tudunk néhány eredményt:

$$\sum T_j = 577 \quad \sum \sum x_{ij}^2 = 5648 \quad \sum Q_j = 324$$

Fejezzék be a varianciaanalízist!
Töltsék ki az alábbi táblázatot!

típus						
minták közti						
mintán belüli						
teljes						

17. A következő adatok a *kifáradás* mértékét adják meg. (Mennél nagyobb a szám, annál fáradtabba páciens.) Négy csoportban 5-5 személyt vizsgáltak, 3-4 órányi, nagy figyelmet igénylő munka után. Az A csoport tagjai minden félóra munka után 5 percet pihentek, az utolsó szünet után már csak 20 percet dolgoztak, a B csoportbeliek minden 50 perc után 10-10 percet pihentek. A C csoport egyszer tartott – 30 perces – pihenőt, 100 percnyi munka

után. A D csoport megállás nélkül dolgozott, és ezért 30 perccel később állt csak neki a munkának, mint a többiek. (A tiszta munkavégzési idő minden csoportban 200 perc volt.) Nyugodtan elfogadhatjuk, hogy az adatok normális eloszlásúak.

A varianciaanalízis elvégzése után (ami helyes számolás esetén szignifikáns eredményt ad) hasonlítsuk össze

a) a pihenés nélkül dolgozókat (D csoport) a sűrűn pihenőkkel (A és B csoport együtt)

b) a pihenés nélkül dolgozókat (D) az egyszer pihenőkkel (C).

A	B	C	D
28	27	40	51
33	35	42	43
32	24	36	66
30	30	49	45
33	38	40	57

18. [Forrás: B, 193. oldal]

Összetett kísérlet „kísérő” varianciaanalízise a következő:

Féregirtó hatását többször próbálták ki patkányokon. Mindig volt kontrollcsoport, féréggel fertőzött, de nem kezelt állatok. Vajon a kontrollok eléggé egyformák-e, jogos-e hozzájuk hasonlítani a kezeléseket?

A számok a felnőtt férgek számát jelentik a lárvákkal fertőzött állatokban.

1	2	3	4
279	378	172	381
338	275	335	346
334	412	335	340
198	265	282	471
303	286	250	318

19. [Forrás: F, 236. oldal]

Négy hasonló tesztet vizsgáltak, az adatok a hibapontok számát jelentik a megoldás során. A kutató azt a következtetést vonta le adataiból, hogy négyzetgyök-transzformációt kell végeznie. Hogyan jutott erre a következtetésre?

Eredeti adatok					Négyzetgyök-transzformáció után			
	I	II	III	IV	I	II	III	IV
	1	5	14	2	1,00	2,24	3,74	1,41
	5	9	18	7	2,24	3,00	4,24	2,65
	2	5	9	3	1,41	2,24	3,00	1,73
	6	11	21	10	2,45	3,32	4,58	3,16
	7	12	20	7	2,65	3,46	4,47	2,65
	3	5	12	5	1,73	2,24	3,46	2,24
	3	8	16	6	1,73	2,83	4,00	2,45
T	27	55	110	40	13,21	19,33	27,49	16,29
$\bar{x}$	3,86	7,86	15,71	5,71	1,89	2,76	3,93	2,33
s^2	4,81	8,81	18,90	7,24	0,35	0,28	0,32	0,35

Végezzék el mindkét varianciaanalízist!
Szükséges volt a transzformáció?

20. [Forrás: O, 404. oldal]

Kísérletet végeztek, hogy öt fogyasztó (súlycsökkentő) anyagot összehasonlítsanak. Egy 50 férfiből álló véletlen mintát öt egyenlő részre randomizáltak szét. A túlsúlyok szempontjából az öt csoport között nem volt különbség. Az első csoport az A anyagot, a második a B-t kapta, és így tovább. Elkezdtek a kísérletet, és mindenki kapta a szert egy meghatározott ideig. Az alábbi adatok a súlyvesztéseket mutatják, fontban.

A	12,4	10,7	11,9	11,0	12,4	12,3	13,0	12,5	11,2	13,1
B	9,1	11,5	11,3	9,7	13,2	10,7	10,6	11,3	11,1	11,7
C	8,5	11,6	10,2	10,9	9,0	9,6	9,9	11,3	10,5	11,2
D	8,7	9,3	8,2	8,3	9,0	9,4	9,2	12,2	8,5	9,9
E	12,7	13,2	11,8	11,9	12,2	11,2	13,7	11,8	11,5	11,7

Végezzenek varianciaanalízist annak eldöntésére, hogy van-e szignifikáns különbség az öt anyag közt!

21. [Forrás: O, 405. oldal]

Nézzük az előbbi példát, és tegyük fel, hogy a D anyag placebo volt, és végezzük el az alábbi négy összehasonlítást Scheffé-módszerrel!

- D összehasonlítva A,B,C,E-vel
- A összehasonlítva E-vel
- A összehasonlítva B és E-vel
- A összehasonlítva B,C,E-vel

22. [Forrás: O, 454. oldal]

Egy orvost érdekelte az esetleges összefüggés a személy által egy „tűréspróba” során végzett munka és az illető túlsúlya közt. A túlsúly nagyságát egy standard súly/magasság táblázatból olvasták le.

Választott egy 28 egészséges, felnőtt nőből álló véletlen mintát, akik 25 és 40 év közöttiek

voltak. A kísérletet egy kórházban végezte, ahol a páciensek a szokásos rutinvizsgálatok céljából jelentek meg. Úgy korlátozta a kiválasztást, hogy az alábbi súlyosztályozás szerint mindegyikből 7 személy kerüljön a mintába: normál; 1-10% túlsúly; 11-20% túlsúly; több, mint 20% túlsúly.

A fizikai vizsgálatokhoz tartozott egy kerékpár-ergométeres gyakorlat, amelyet addig kellett végezniük, míg elfáradtak. Mindenkiről feljegyezték az elfáradás idejét, percekben. Az adatok alább láthatók:

súlyosztály elfáradási idő

normál	25, 28, 19, 27, 23, 30, 35
1-10%	24, 26, 18, 16, 14, 12, 17
11-20%	15, 18, 17, 25, 12, 10, 23
20% fölött	10, 9, 18, 14, 6, 4, 15

Végezzenek varianciaanalízist!