

# PROBLÉMÁK A MATEMATIKA ÉS FIZIKA ZENEI REPREZENTÁLÁSÁVAL

## PROBLEMS WITH THE REPRESENTATION OF MATHS AND PHYSICS IN MUSIC

Szócs Márton

zeneszerző

szocsgezamarion@gmail.com

### ÖSSZEFOGLALÁS

Írásomban két tudományág zenébe ültethetőségének problémáját vizsgálom a hangszeres zene és azon belül is a saját művészetem szemszögéből. A fizikáról szóló fejezetben tárgyaltak azonban minden olyan tudományágra érvényesek, amely a fizikáéhoz hasonló formális nyelvel dolgozik.

### ABSTRACT

In this paper I'm investigating the problem of integrating two fields of science into instrumental music, and especially into my compositions. The points discussed in the physics chapter however apply to all fields of science using a formal language similar to physics.

**Kulcsszavak:** matematika, fizika, zene, zeneszerzés

**Keywords:** maths, physics, music, composition

### 1. A MATEMATIKA, PONTOSABBAN AZ ALGEBRAI SZÁMELMÉLET

A zenetörténet alakulása folyamán az algebrai számelmélet területéhez tartozó bizonyos megfigyelések és eljárások közvetlen hatással bírtak a zenei struktúrákról való gondolkodásra. Már a görög zeneelmélet esetében is hangsúlyosak a matematikai processzusok. Egy két oktáv terjedelmű hangmező alhalmazából – kivágataiból – jöttek létre azok a módusok, amelyek az első ismert zeneelmélet alapját jelentik. Tulajdonképpen a különböző halmazok permutálásával és kombinálásával létrejövő struktúrák határozták meg azokat a szabályokat, amelyekre az elmélet épült. Úgy a késő középkori, mint az újkori zeneelméletnek kiemelten

fontos része a göröghöz hasonló, és/vagy erre építkező elméleti megközelítés. Sőt, többről van szó, mint absztrakt zenei gondolkodásról: a 16. századtól a szakrális vokális polifónia esetében egyértelműen esztétikai igényt jelent a formális zeneelmélet használatának módja és mértéke. Megkerülhetetlen példák az izoritmikus motetták vagy a Palesztrina-stílus struktúrái, hogy csak néhányat említsünk. Számomra a gregorián módusok esetében is nagyon meggyőző a feltételezés, hogy ezeknek a létrejötté nagymértékben spekulatív, és az akusztikai – empirikus – tulajdonságaik másodlagosak.

Nem akarom felsorolni a későbbi korok zenéjének számtani dimenzióit, csupán jelezni akartam, hogy a zenetörténet folyamán bőven jutott idő arra, hogy bizonyos stratégiák beérjenek, vagy csiszolódjának, elkopjanak, közhelyekké váljanak.

Számunkra a 20. század technikái új lépcsőfokot jelentenek a számtani zeneelmélet vagy zenetani számelmélet területén. A második bécsi iskola a tizenkét hangra vonatkozó emancipatorikus törekvéseire komplex számtani eljárások határozott példáiként gondolunk. Ezek a processzusok matematikai szempontból szinte teljesen érdektelenek. Egy Anton Webern *op. 28* nem számtani szempontból érdekes, tizenkét diszkrét elemnek az ilyen jellegű kombinatorikus eljárásai semmiféle magas szintű matematikai ingerküszöböt nem közelítenek meg.

A probléma adja magát: a hangelméleti struktúrák olyan számokkal dolgoznak, amelyek belső törvényszerűségeit már régóta ismerjük. Miért?

Az 1920–1940-es évek perspektívájából nézve csupán nagyjából kilencven hangmagasságra korlátozódik a teljes zenei hangtár. Ráadásul ezt, a kromatikának köszönhetően, legtöbbször 12 hangos alegységek ismétlődéseként értelmezzük. Jó okkal: ugyan léteznek kísérletek nem oktávalapú hangtartományok létrehozására, de az a tény vitathatatlan, hogy egy oktávlépés energetikailag mindig kevesebbnek fog hatni, mint egy szeptimlépés. Tehát az oktávlépések akusztikailag megkövetelik a teljes kromatikus hangmező oktáv méretű alcsoportok szerinti felosztását. Persze, ez nem azt jelenti, hogy ne lenne lehetséges spekulatív módszerekkel felülírni ezt az alapvető fizikai jelenséget, de az alkotó ilyen esetben hatalmas árral szemben evickél: csupán hallás útján a legtöbb esetben lehetetlen lenne a spekulatíván definiált struktúrák felismerése, mert az oktáv szakaszok egy sokkal elemibb, szándékolatlan felosztást eredményeznének.

Ellenpéldaként el lehet gondolkodni a moduláció technikáján: az eljárás segítségével az alaphangnem oktávperiodicitású hangtartománya kibővül ugyan egy újabb tartománnyal. De ez csak strukturálisan működik, azaz olyan esetben, amikor definiálunk egy előzménystruktúrát, amihez a modulációval egy következőzménystruktúrát rendelünk. Azt a problémát pedig nem oldja fel a technika, hogy az új struktúra továbbra is egy „oktávskatulyában” fog létezni.

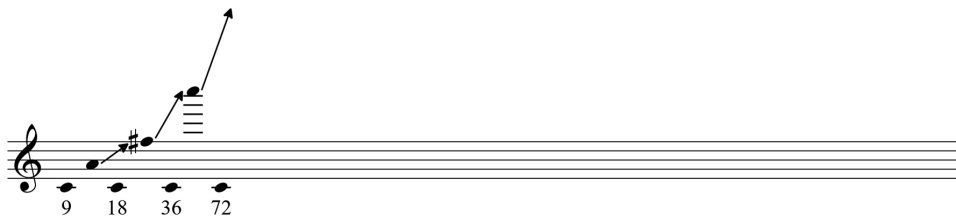
A 20. század matematikaelméleti felfedezései közül talán a fraktálok bírtak legnagyobb hatással a zenére. Látszólag jogosan, a struktúrák sajátos szimmet-

riája a proporciós kánonteknikákat és M. C. Escher képeit juttatják eszünkbe. Egy fraktálstruktúra hangszeres zenébe történő átkódolása azonban megoldhatatlan problémákat jelent. Ha egy kétdimenziós ábrát, amely egy fraktál reprezentációja, hangmagasságokká és időtartamokká próbálunk konvertálni, azzal szembesülünk, hogy hangmagasságokat csak nagyon limitált formában lehet a pontos arányok betartásával méretre igazítani. Ha például egy kis tercet (három kissetkundnyi távolság) akarunk növelni 1:2 arányban, egy tritonuszt (hat kissetkundnyi távolság) kapunk. Ezt oktávra, ennek eredményét pedig két oktávra lehet bővíteni. Láthatjuk, hogy nagyon hamar kezelhetetlenné válnak a léptékek.



1. ábra. Egy kis terc (3 félhang) 1:2-es arányú szorzatai

Ha viszont nem kis tercből, hanem például nagy szextből indulunk ki, az eredmények sokkal hamarabb elszállnak.



2. ábra. Egy nagy szext (9 félhang) 1:2-es arányú szorzatai

Ez gyakorlatilag azt jelenti, hogy a fraktalizálandó anyag teljes hangterjedelme nagy terc–tisza kvártig még valamennyire kezelhető, és a legtöbb hangszeren lejátszható, ha legalább három léptékben szeretnénk augmentálni, de csakis akkor, ha megmaradunk az 1:2 léptéknél.



3. ábra. Egy kis terc (3 félhang) terjedelmű zenerészlet különböző arányú szorzatai

Láthatjuk tehát, hogy azok a matematikai eljárások, amelyek a modern matematika tárgyát képezik, csak kompromisszumok árán ültethetőek át hangszeres zenébe: a műfajhoz igazán olyan matematikai struktúrákat lehet kielégítő eredménnyel felhasználni, amelyek viszonylag kis méretű halmazokkal dolgoznak. Ezek a modern matematika szemszögéből már jócskán meghaladottak.

## 2. FIZIKA

A fizika tudományos sajátossága a matematikához képest, hogy szubsztantív, abban az értelemben, hogy tárgya van – ezt maguk a fizikai jelenségek jelentik –, ettől elidegenítve a tudományág csak üres formulák halmaza lenne. A tudományág átörökítését megkísérelni más műfajba három módon lehetséges: a) a tartalomhoz olyan műfajt keresni, amely nem koincidentális viszonyban áll az illető tartalommal; b) a formulákat megfeleltetni a tartalomtól idegen paramétereknek; c) valamint metaforikusan.

2. a) Az első stratégia zene esetében tulajdonképpen maga az akusztika – a fizikának az az ágazata, amelynek szubsztanciája a hang, ilyen értelemben pedig közös a zenéjével –, és az olyan zenei struktúrák és stratégiák, amelyek az akusztikára épülnek. A hagyományos zeneelmélet nagyjából ide sorolandó, legalábbis ami a hangmezők, a temperálások, és bizonyos értelemben a hármashangzatok elméletét illeti. Kiterjesztett értelemben a schoenbergi technika is ide tartozik, de bármilyen akusztikai megfontolásból létrehozott zeneszerzési eljárást ide sorolhatunk (például: hangszíntechnikák, spektralizmus).

A zeneelmélet és fizika ily módon definiált viszonya magától értetődő, tautologikus.

2. b) Amikor azonban olyan fizikai tartalmakat kísérelnénk zenébe átültetni, amelyek a hangtól valamennyire vagy teljesen független szubsztanciák, a formális reprezentáció problémájába ütközünk, nevezetesen abba a problémába, hogy a formalizálás során a szubsztancia elvész, mert a formalizált nyelvezet tulajdonságából adódóan ez képtelen szubsztanciát átörökíteni.

Ha például a mindenki számára ismerős Einstein-féle tömeg-energia ekvivalenciát ( $E = mc^2$ ) szeretnénk zenébe ültetni, a következőre kényszerülünk:

Tegyünk úgy, az egyszerűség kedvéért, mintha az egyenlet összetevői – energia, tömeg, fénysebesség – megfeleltethetőek lennének a szinuszhang három alapvető paraméterével: intenzitás, hangmagasság, időtartam. Ugyan érezzük, hogy a három-három összetevőt egymásnak asszociálni nagymértékben önkényes eljárás, de talán valamilyen értelemben megpróbálhatjuk elfogadni, hogy a hang intenzitása energia, a hangmagasság akár lehetne is tömeg – a mély

hangoknak lehet olyan pszichoakusztikus hatásuk, hogy azokat nagy tömegű testekkel asszociáljuk, ráadásul mély hangokat csak nagy méretű testekkel lehet előállítani –, a fénysebesség pedig végül is egyfajta sebesség, úgyhogy legyen az a hang időtartama. Ha ezeket a paramétereket egymásnak megfeleltetnénk, a következő lenne az eredmény: az így létrejövő hang dinamikája a hangmagasság és a hang időtartamának függvénye, tehát ahogyan gyorsulna a zene, és emelkednének a hangmagasságok, úgy válna egyre hangosabbá, amit hallunk. Ez persze egy elementáris élmény, viszont önmagában ebből zeneművet felépíteni nem érdemes. Éppen az teszi a zenét élvezetessé, hogy adott esetben képes ennél rafináltabb összefüggéseket produkálni. Ha pedig a rendszerünkben kilépünk, az olyan, mintha a rendszert teljes mértékben ignoráltuk volna, hiszen a két diszciplína egymásnak való megfeleltetésének az egyetlen értelme eleve az volt, hogy a zene a fizika valamelyik aspektusáról leírjon valamit, amit igaznak gondol. Esetleg lehet úgy értékelni egy ilyen alkotást, mint a rendszerből való kilépés apoteózisát, amely azt bizonyítja, hogy mennyire jobb zenét hallgatni, mint fizikát, de ehhez legtöbbször elég Mozart. De, tegyük fel, valakinek mégis megtetszik az ötlet. Vizsgáljuk meg, hogy hogyan lehet ezt megvalósítani:

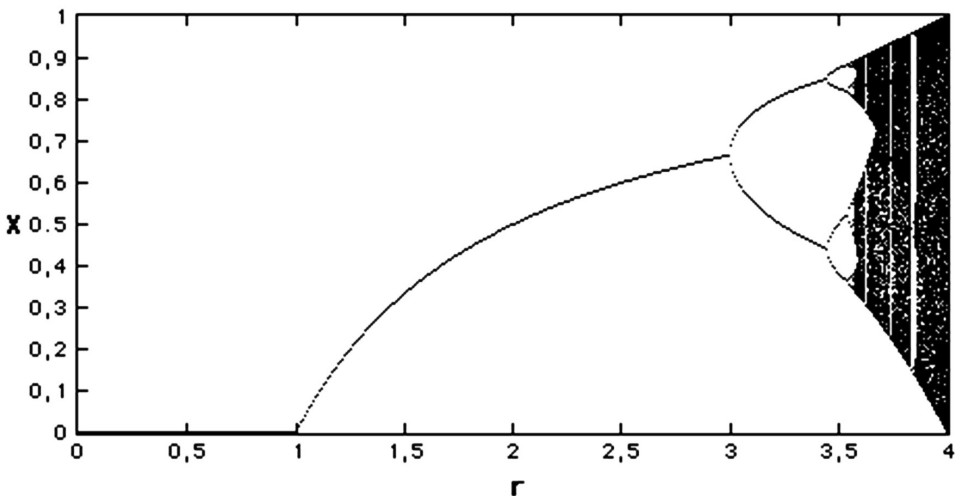
A dinamika hagyományosan nagyjából tíz diszkrét értékre skálázható: *pppp*, *ppp*, *pp*, *p*, *mp*, *mf*, *f*, *ff*, *fff*, *ffff*. Bármelyik előadó egyből megmondja, hogy ezek az értékek szubjektívek, nem lehet őket decibelben kifejezni, de ezen ne akadjunk most fenn. Időtartamokat nagyon problémás osztályozni, de tegyük fel, hogy a hatvanegyedikétől a breveckig, azaz a dupla egészekig osztunk, ez összesen huszonnyolc diszkrét érték, ha pontozott értékeket, triolákat és kvintolákat is számolunk. A hangmagasságok, mint korábban leírtam, maximum kb. kilencven diszkrét elemre oszthatóak, ha a hagyományos hangszerek hangterjedelmét vesszük. Ez azt jelenti, hogy az  $E = mc^2$  függvény alapján az intenzitás tíz eleme úgy skálázandó, hogy az egyenlet jobb oldalán található, amúgy sokkal nagyobb felbontású adatok releváns módon tudjanak kihatni az előbbire. Ráadásul a görbe exponenciális, úgyhogy az egyenlet jobb oldalán minimálisan változó értékek radikális kihatással vannak a bal oldalon találhatóakra. Továbbá azt láthatjuk, hogy az egyenlet egyik eleme, a fénysebesség, konstans, így azt ritmikus elemnek tekinteni fölösleges, ezt a dimenziót tulajdonképpen ki is iktathatjuk az egyenletből, azzal a megjegyzéssel, hogy a) ignoráljuk ezt, b) a  $c$  az egész zenei struktúra időtartamát szimbolizálja, miután más, időtartamra vonatkozó összetevője nincs az egyenletnek. Ez ismét egy újabb léptékű önkényes megfeleltetés, de rá vagyunk kényszerülve.

További problémát jelentenek az egyes zenei paraméterek pszichoakusztikai sajátosságai, például a tömegnek megfeleltetett hangmagasság elemeit nem tudjuk úgy hallani, mint egy számsort, a mély hangok mindig más jelentéssel és szereppel fognak társulni, mint a magasak. Egy képlet esetében mindegy, hogy

5 grammról vagy 90 kilóról beszélünk, de az nem tud mindegy lenni, hogy egy kontra c#-t vagy egy négyvonalas a-t hallunk. A mély hangok hajlamosak egyfajta kíséretbe, bázisstruktúrába rendeződni.

De ha az összes problémát leküzdve, a fenti paramétereknek megfelelően mégis megszületik a zenei struktúra, a következőt tapasztalhatjuk: a végeredményből ugyanannyira lesz visszakódolható a tömeg-energia ekvivalencia, mint bármely más, hasonló struktúrával rendelkező egyenlet ( $x = yz^2$ ), például a kinetikus energia formulája,  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ , mert a formula nem örökíti át szubsztanciát.

2. c) A harmadik lehetőség: bizonyos tudományos processzusokat, megfigyeléseket absztrakt módon alkalmazni. Hozzám ez a fajta módszer áll közel. Úgy tenni, mintha a zeneszerzőnek feladata lenne teljes kontrollt gyakorolni a zenei anyag fölött, és azt feltételezni, hogy birtokában lehet minden paraméternek, amely immanens részévé válik a darabnak, naivitás. A görög filozófiából, középkori keresztény esztétikából, a késő középkor neogörög struktúráiból stb. levezetett merev rendszerek mindig arra szolgáltak, hogy felhívják a figyelmet a műfaj transzcendens jellegére, amelynek a szerző csupán egy közvetítője. Attól, hogy a hagyományos transzcendens struktúrák lerombolódtak, a probléma nem oldódott meg: a totális kontroll eszménye egyéb okokból vált megvalósíthatatlanná, legyen az ok fenomenológiai, esztétikai vagy akár tudományos. Szándékoltan, vagy egyéb okokból, a zeneszerzői eszköztár jellege heteronómmá vált. Legyen szó fizikáról, *Ji csingr*ről, vagy egy sakkjátszmáról, az asszociációs, metaforikus hatásoknak köszönhetően a műfaj új poézissel gazdagodott, amely rám is a legnagyobb hatással bír.



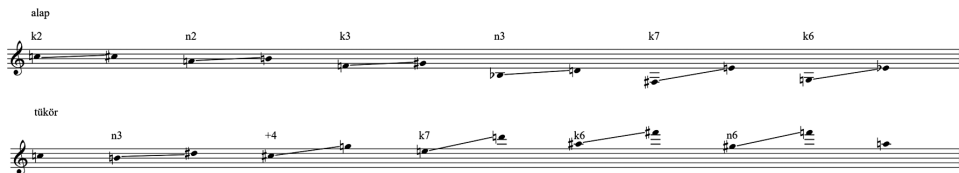
4. ábra. A bifurkációs diagram

Hogy a metaforikus asszociációt saját példával alátámasszam, *Fertility Music* című darabomból mutatok néhány részletet. A darabban a biológiai modellezéshez is használt bifurkációs diagramból ihletett struktúrákat használok.

Mint a 4. ábrán láthatjuk, a görbe három részre tagolható. Eleinte stagnál, majd felkúszik, végül egy ollózódó tendenciát látunk, amely nagyon hamar kaotikussá válik.

A diagramot egy az egyben zenébe átültetni lehetetlen, így megpróbáltam olyan megoldásokat keresni, amelyek metaforikusan reflektálnak a görbére. A második tétel – amelyet az ábra felkúszó szegmense inspirált – alapsora egy olyan sor, amelyben a fellépő hangközök jelentősége kiemelt. Hogy ezek hangsúlyozva legyenek, a sor úgy van megalkotva, hogy minden ilyen hangköz különbözzön.

Sokkal direkter asszociáció lett volna a teljes tételt egy nagy felfelé tartó glissandónak szentelni, zeneileg viszont ezt a megoldást túlságosan egydimenziós-nak és érdektelennek éreztem volna.



5. ábra. A *Fertility Music* 2. tételének alapsora és tükörfordítása



6. ábra. A *Fertility Music* 3. tételének alapsora és ollózódó ábrázolása

A 3. tétel alapsorát az ollózódó tendencia inspirálta. Ennek léptékét, arányait a zenei eszköztár felhasználásával pontosan kifejezni lehetetlenség, ezért az én megoldásom szimbolikus.

A darabot egy korál zárja. A kezdőhang adott, a továbbiakban az előadók csak annyi instrukciót kapnak, hogy mekkora hangközt lépjenek, de azt ők döntenek el, hogy melyik irányba. Ezzel az indeterminizmus ábrázolásához kerestem zenei megoldást.

## Giusto, Tempo di corale

Flauto +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t.

Como Inglese +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t.

Tromba +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t.

Violini +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t.

Clarinetto Basso +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t.

Corno +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t.

Viole +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t.

Trombone +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t.

Tuba +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t.

Violoncello +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t.

Contrafagotto +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t.

Contrabbasso +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t.

Fl. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t.

Cl. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t.

Tbn. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t.

Cfg. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t.

Fl. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t.

Cl. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t.

Tbn. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t.

Cfg. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t.

Fl. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t.

Cl. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t.

Tbn. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 1 s. t. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t.

Cfg. +/- 1 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t. +/- 2 s. t.

7. ábra. A *Fertility Music* zárókorálja



## IRODALOM

URL1: <https://www.oxfordmusiconline.com/grovemusic/view/10.1093/gmo/9781561592630.001.0001/omo-9781561592630-e-8000920702?rskey=xz9xwG&result=1>

URL2: <https://www.oxfordmusiconline.com/grovemusic/view/10.1093/gmo/9781561592630.001.0001/omo-9781561592630-e-0000013950?rskey=yWSZv5&result=2>

URL3: <https://www.oxfordmusiconline.com/grovemusic/view/10.1093/gmo/9781561592630.001.0001/omo-9781561592630-e-8000900073?rskey=oZfo6l&result=1>

URL4: <https://www.oxfordmusiconline.com/grovemusic/view/10.1093/gmo/9781561592630.001.0001/omo-9781561592630-e-0000025460?rskey=p1nayY&result=1>

Az oldalak elérése előfizetéshez vagy intézményi belépéshez kötött.